

*Über die Bahn der Calliope und ihre Opposition im Jahre 1859.*Von **Dr. Karl Hornstein**,

Adjunct der k. k. Sternwarte in Wien.

(Vorgelegt vom Herrn Director v. Littrow.)

Ich gebe in den folgenden Blättern die Fortsetzung der Arbeiten, welche ich zur Bestimmung der Bahn des Planeten Calliope ausgeführt habe. Es wurde dabei immer auf den Umstand Rücksicht genommen, dass die bisherigen Rechnungen über diesen Planeten der Natur der Sache gemäss keine definitiven Resultate zu liefern haben, sondern nur dazu bestimmt sind, von der einen Seite den Beobachtern das Aufsuchen des Planeten zu erleichtern, andererseits aber die Grundlagen vorzubereiten, welche später, wenn alles Erforderliche ausreichend beisammen sein wird, zur definitiven Bahnbestimmung dienen sollen. Aus diesem Grunde habe ich, ungeachtet die Ephemeride für die Opposition im Herbste 1856 eine kleine Abweichung vom Himmel zeigte, keine Verbesserung der Bahn vorgenommen und bis 1860 die wahrscheinlichsten Elemente, wie sie im XVII. Bande der Sitzungsberichte aus den Beobachtungen von 1852 bis 1855 erhalten wurden, unverändert beibehalten. Die erwähnte Abweichung dürfte sich bei den nächsten Oppositionen nicht beträchtlich vergrössern, und sollte dies der Fall sein, so sind den Ephemeriden die Mittel zu ihrer Verbesserung beigelegt. Es lässt sich auch der Grund dieser Discordanz vermuthen. Die Bahn ist durch zwei Normalorte genau durchgelegt, und die diesen Orten entsprechenden Entfernungen des Planeten von der Erde sind so gewählt, dass auch die übrigen Normalorte möglichst gut dargestellt werden. Bei der Opposition von 1855, mittelst welcher die letzte Verbesserung der Bahn vorgenommen worden war, hatte der Planet eine solche Stellung gegen die Erde, dass eine Veränderung in einer der beiden genannten Entfernungen nur einen höchst unbedeutenden Einfluss auf die geocentrische Rectascension und Declination des Planeten ausübte, wie auf Seite 606 des XVII. Bandes der Sitzungsberichte bemerkt ist.

Diese Entfernung konnte also aus den Beobachtungen von 1855 nicht mit Sicherheit bestimmt werden; die späteren Beobachtungen werden dazu die Mittel liefern, und hiedurch die Übereinstimmung mit der wahren Bahn herstellen lassen.

Die vorliegende Arbeit enthält nun zuerst die nachträgliche Vergleichung mehrerer Beobachtungen mit den entsprechenden Ephemeriden und die Bildung der definitiven Normalorte aus den Beobachtungen von 1852 bis 1856, ferner die Störungen des Planeten durch Jupiter und Saturn bis 1860, die Oppositionsephemeride für 1859 nebst den Mitteln zu ihrer Verbesserung und endlich die Ableitung einer neuen osculirenden Ellipse für den 0. Jänner 1860.

Vergleichung mit den Beobachtungen.

Von der Erscheinung im Jahre 1854 sind mir ausser den im XV. Bande der Sitzungsberichte Seite 95 und 96 angeführten noch einige Greenwicher Beobachtungen nachträglich bekannt geworden. Auch habe ich bezüglich des Zusammenfassens der Beobachtungen in Gruppen zur Bildung der Normalorte auf Grundlage einer genauen graphischen Untersuchung eine bessere Vertheilung vorgenommen, als es an dem eben angeführten Orte der Fall ist. Ich gebe deshalb hier die vollständige Übersicht der Abweichungen aller dieser Beobachtungen von der betreffenden Ephemeride, die aus den Elementen von Bruhns abgeleitet war.

Datum	Beobachtungsort	Beobachtung — Rechnung	
		<i>da</i>	<i>dδ</i>
1854 Jän. 20.	Berlin	—3' 52.2	+2' 9.0
„ 27.	Berlin	—4 8.6	+2 20.9
Febr. 15.	Berlin	—4 34.7	+2 41.2
„ 16.	Berlin	—4 40.6	+2 38.9
„ 25.	Greenwich	—5 4.8	+2 48.7
März 2.	Berlin	—5 19.3	+2 46.7
„ 2.	Greenwich	—5 24.1	+2 53.5
„ 2.	Kremsmünster	—5 8.2
„ 3.	Berlin	—5 16.4	+2 45.9
„ 3.	Kremsmünster	—5 6.9	+2 51.7
„ 6.	Berlin	—5 22.8	+2 49.8
„ 10.	Kremsmünster	—5 13.6	+2 44.7
„ 11.	Greenwich	—5 27.9	+2 52.8
„ 11.	Kremsmünster	—5 17.7	+2 48.8

Datum	Beobachtungsort	Beobachtung — Rechnung	
		$d\alpha$	$d\delta$
1854 März 14.	Berlin	—5' 28" 1	+2' 44" 6
„ 15.	Berlin	—5 28·3	+2 44·8
„ 15.	Kremsmünster	—5 26·4	+2 50·2
„ 18.	Kremsmünster	—5 30·8	+2 49·3
„ 19.	Kremsmünster	—5 27·2	+2 52·3
„ 21.	Greenwich	—5 34·4	+2 52·4
„ 30.	Greenwich	—5 34·9	+2 47·8
April 1.	Kremsmünster	—5 36·6	+2 43·7
„ 2.	Kremsmünster	—5 28·0	+2 40·4
„ 5.	Kremsmünster	—5 57·9	+2 37·4
„ 8.	Kremsmünster	—5 47·9	+2 41·6
„ 13.	Washington	—5 30·5	+2 37·6
„ 15.	Kremsmünster	—5 14·6	+2 38·9
„ 19.	Kremsmünster	—5 20·4	+2 29·1
„ 20.	Kremsmünster	—5 29·8	+2 21·8
Mai 1.	Kremsmünster	—5 38·5	+2 20·5
„ 6.	Washington	—5 2·0	+2 23·9
„ 15.	Washington	—4 45·6	+2 26·4
„ 19.	Washington	—4 43·7	+2 27·0
„ 20.	Washington	—4 49·1	+2 26·9
„ 21.	Washington	—4 49·1	+2 11·4
„ 21.	Washington	—4 45·1	+2 7·9

Nimmt man aus den Abweichungen dieser vier Gruppen die Mittel, so ergibt sich mit Rücksicht auf die Beobachtungszeiten als Fehler der Ephemeride:

1854 Februar	4·55	$\overbrace{-4' 19'' 03}$	$\overbrace{+2' 27'' 50}$
März . .	$\left. \begin{matrix} 9·85 \\ 10·32 \end{matrix} \right\}$	—5 21·06	+2 49·08
April .	9·57	—5 33·40	+2 37·59
Mai ..	15·30	—4 56·16	+2 20·57

Für die Erscheinung von 1855 sind nachträglich noch die Beobachtungen in Kremsmünster zugewachsen, wodurch sich das Fehlertableau für diese Opposition so stellt:

Datum	Beobachtungsort	Beobachtung — Rechnung	
		$d\alpha$	$d\delta$
1855 Mai 21.	Wien	+5·35	—25" 0
„ 22.	Wien	+4·87	—25·1
„ 24.	Berlin	+5·17	—31·4
„ 24.	Kremsmünster	+5·44	—43·9
„ 24.	Wien	+5·33	—26·8

Datum	Beobachtungsort	Beobachtung — Rechnung	
		$d\alpha$	$d\delta$
1855 Mai 25.	Kremsmünster	—5·31	+43·0
„ 26.	Berlin	—5·00	+30·7
„ 26.	Kremsmünster	—5·77	+45·9
„ 27.	Berlin	—4·76	+30·3
„ 29.	Berlin	—5·34	+27·2
Juni 3.	Kremsmünster	—5·31	+34·2
„ 5.	Göttingen	—5·93	+16·9
„ 5.	Wien	—5·01	+29·4
„ 6.	Göttingen	—5·02	+33·5
„ 7.	Göttingen	—5·26	+23·0
„ 7.	Kremsmünster	—4·82	. . .
„ 11.	Kremsmünster	—5·33	+22·1
„ 13.	Berlin	—5·10	+33·5
„ 13.	Berlin	—4·78	+36·8
„ 13.	Kremsmünster	—5·28	+19·3
„ 14.	Göttingen	—5·75	+24·2
„ 17.	Berlin	—4·59	+31·1

Im Mittel ergibt sich hieraus:

$$1855 \text{ Juni } 3\cdot 0 \quad \overbrace{+5\cdot 215}^{d\alpha} \quad \overbrace{-30\cdot 16}^{d\delta}$$

Diese Correctionen sind an die betreffende Oppositionsephemeride für 1855 anzubringen.

Endlich für die Opposition vom Herbst 1856 ergibt sich aus den Beobachtungen in Kremsmünster und aus meinen Beobachtungen am 6 zölligen Refractor der Wiener Sternwarte:

Datum	Beobachtungsort	Beobachtung — Rechnung	
		$d\alpha$	$d\delta$
1856 Aug. 21.	Kremsmünster	+ 9·98	+30·9
„ 24.	Kremsmünster	+10·36	+27·7
„ 25.	Kremsmünster	+10·04	+29·8
„ 30.	Wien	+ 9·55	+39·6
„ 31.	Kremsmünster	+10·14	+30·4
Sept. 1.	Kremsmünster	+ 9·86	+29·4
„ 5.	Kremsmünster	+ 9·74	+26·2
„ 7.	Kremsmünster	+ 9·76	+29·6
Octob. 18.	Wien	+ 7·71	+31·0
„ 19.	Wien	+ 7·95	+29·1
„ 20.	Wien	+ 7·64	. . .
„ 21.	Wien	+ 7·60	+24·7
„ 22.	Wien	+ 7·18	+28·6

Im Mittel findet man hieraus:

1856 August	30·0	$\overbrace{+9\cdot929}^{d\alpha}$	$\overbrace{+30\cdot45}^{d\delta}$
October	20·0	+7·616	+28·35

als Fehler der Oppositionsephemeride für 1857.

Diese Fehler wurden nun, wo sie nicht für den Anfang eines Tages gelten, mittelst der Interpolationsformeln für ungleiche Differenzen auf den Anfang des betreffenden oder des nächstfolgenden Tages reducirt, und dann an die Rectascension und Declination des Planeten, wie sie aus der betreffenden Ephemeride folgt, angebracht. Hiedurch ergaben sich, mit Einschluss der unverändert gebliebenen Normalorte aus den Jahren 1852 u. 1853 (Sitzungsberichte, XII. Bd.) die folgenden definitiven Normalorte:

			\overbrace{a}	$\overbrace{\delta}$	$\overbrace{\text{Anzahl der Beobachtungen}}$
I.	1852	November 25.	76° 30' 1" 20	+25° 8' 7" 84	20
II.		December 10.	72 34 12·87	+26 9 44·20	20
III.		December 18.	70 30 4·77	+26 36 33·22	20
IV.	1853	Jänner 0.	67 42 26·73	+27 12 3·85	20
V.		Jänner 11.	66 12 4·46	+27 37 11·26	20
VI.		Februar 14.	67 27 12·31	+28 55 51·20	25
VII.		März 26.	78 0 32·71	+30 34 52·44	25
VIII.	1854	Februar 5.	189 49 48·84	+15 29 32·37	4
IX.		März 10.	185 30 58·44	+18 43 25·57	16
X.		April 10.	179 7 16·83	+19 58 46·11	9
XI.		Mai 15.	175 54 31·10	+17 43 24·68	7
XII.	1855	Juni 3.	246 53 3·23	—22 56 23·66	22
XIII.	1856	August 30.	338 2 49·04	—31 42 48·05	8
XIV.		October 20.	331 32 46·14	—30 4 42·64	5

Die Rectascensionen und Declinationen sind noch mit dem Betrage der Störungen afficirt, und beziehen sich auf das wahre Äquinocmium und den wahren Äquator für die betreffenden Tage. Sie sind daher als unmittelbar beobachtete (von Aberration freie) geocentrische Positionen des Planeten zu betrachten, und werden bei der definitiven Verbesserung der Bahnelemente ihre Dienste thun. Sie werden kaum mehr zu ändern sein, und höchstens durch die nachträgliche Bestimmung der Position eines oder des andern bei den Beobachtungen benützten Vergleichsternes wenig beträchtliche Correctionen erfahren.

Störungen und Oppositionsephemeride für 1859.

Die Berechnung der Störungen, welche die Calliope durch Jupiter und Saturn erleidet, wurde in derselben Weise fortgesetzt,

wie es bei den früheren Arbeiten geschehen war. Die folgende Tafel enthält den Betrag dieser Störungen vom Ende 1856 bis zum Jänner 1860. Die Grössen δx , δy , δz bedeuten dabei, wie immer, die Änderungen, welche die rechtwinkligen, auf den Äquator bezogenen Coordinaten des Planeten erfahren, und sind in Einheiten der sieben-ten Decimale angegeben.

Datum		δx	δy	δz
1856	November 25.	— 16833	+ 117748	+ 72611
	December 25.	— 28010	+ 121640	+ 78406
1857	Jänner 24.	— 40125	+ 124030	+ 83692
	Februar 23.	— 52855	+ 124694	+ 88257
	März 25.	— 65786	+ 123472	+ 91899
	April 24.	— 78435	+ 120289	+ 94435
	Mai 25.	— 90267	+ 115180	+ 95726
	Juni 23.	— 100741	+ 108311	+ 95692
	Juli 23.	— 109344	+ 99981	+ 94333
	August 22.	— 115646	+ 90610	+ 91737
	September 21.	— 119336	+ 80720	+ 88078
	October 21.	— 120259	+ 70891	+ 83609
	November 20.	— 118433	+ 61714	+ 78636
	December 20.	— 114048	+ 53745	+ 73498
1858	Jänner 19.	— 107456	+ 47454	+ 68534
	Februar 18.	— 99133	+ 43194	+ 64053
	März 20.	— 89641	+ 41177	+ 60317
	April 19.	— 79580	+ 41471	+ 57519
	Mai 19.	— 69546	+ 44000	+ 55777
	Juni 18.	— 60088	+ 48568	+ 55136
	Juli 18.	— 51680	+ 54880	+ 55565
	August 17.	— 44699	+ 62572	+ 56975
	September 16.	— 39417	+ 71239	+ 59229
	October 16.	— 35996	+ 80461	+ 62152
	November 15.	— 34492	+ 89828	+ 65551
	December 15.	— 34868	+ 98958	+ 69223
1859	Jänner 14.	— 37004	+ 107511	+ 72967
	Februar 13.	— 40715	+ 115195	+ 76592
	März 15.	— 45763	+ 121779	+ 79928
	April 14.	— 51874	+ 127090	+ 82824
	Mai 14.	— 58750	+ 131013	+ 85157
	Juni 13.	— 66082	+ 133490	+ 86831
	Juli 13.	— 73562	+ 134518	+ 87781
	August 12.	— 80890	+ 134141	+ 87968
	September 11.	— 87786	+ 132449	+ 87382
	October 11.	— 93990	+ 129566	+ 86039
	November 10.	— 99273	+ 125651	+ 83978
	December 10.	— 103439	+ 120888	+ 81262
1860	Jänner 9.	— 106325	+ 115475	+ 77970

Mit Benützung dieser Variationen der Coordinaten ergibt sich die nachfolgende Ephemeride für die Opposition im Jahre 1859:

Oppositionsephemeride der Calliope für das Jahr 1859.

0 ^h mittlere Berliner Zeit	Scheinbare AR.	Scheinbare Declination	Logarithmus der Entfernung	
			von der Erde	von der Sonne
Februar 1.	12 ^h 49 ^m 30 ^s ·26	+13° 33' 59 ^s ·7	0·36741	0·4760446
2.	49 30·28	38 33·8		
3.	49 28·85	43 14·5		
4.	49 25·96	48 1·6		
5.	49 21·62	52 54·7	0·36003	0·4766094
6.	49 15·83	+13 57 53·8		
7.	49 8·57	+14 2 58·5		
8.	48 59·88	8 8·6		
9.	48 49·72	13 23·8	0·35302	0·4771704
10.	48 38·12	18 43·9		
11.	48 25·09	24 8·6		
12.	48 10·61	29 37·6		
13.	47 54·70	35 10·6	0·34646	0·4777276
14.	47 37·36	40 47·3		
15.	47 18·61	46 27·5		
16.	46 58·46	52 10·9		
17.	46 36·93	+14 57 57·0	0·34042	0·4782810
18.	46 14·00	+15 3 45·6		
19.	45 49·71	9 36·4		
20.	45 24·04	15 29·1		
21.	44 57·05	21 23·2	0·33497	0·4788304
22.	44 28·73	27 18·4		
23.	43 59·10	33 14·4		
24.	43 28·17	39 10·7		
25.	42 55·99	45 7·0	0·33018	0·4793758
26.	42 22·57	51 2·7		
27.	41 47·93	+15 56 57·7		
28.	41 12·11	+16 2 51·4		
März 1.	40 35·12	8 43·6	0·32612	0·4799172
2.	39 57·02	14 33·5		
3.	39 17·83	20 20·9		
4.	38 37·57	26 5·2		
5.	37 56·30	31 46·2	0·32287	0·4804544
6.	37 14·04	37 23·2		
7.	36 30·88	42 55·9		
8.	35 46·81	48 23·8		
9.	35 1·91	53 46·5	0·32046	0·4809874
10.	34 16·21	+16 59 3·7		
11.	33 29·75	+17 4 14·9		
12.	32 42·60	9 19·6		
13.	31 54·77	14 17·6	0·31895	0·4815160
14.	31 6·35	19 8·5		
15.	30 17·38	23 51·9		
16.	29 27·88	28 27·3		
17.	28 37·93	32 54·7	0·31836	0·4820402
18.	27 47·57	37 13·5		
19.	26 56·87	41 23·3		
20.	26 5·86	45 24·4		
21.	25 14·58	49 16·0	0·31869	0·4825398
22.	24 23·10	52 57·8		

Ob mittlere Berliner Zeit	Scheinbare AR.	Scheinbare Declination	Logarithmus der Entfernung	
			von der Erde	von der Sonne
März 23.	12 ^h 23 ^m 31.51	+17° 56' 29.7	0.31994	0.4830754
24.	22 39.79	+17 59 51.2		
25.	21 48.03	+18 3 2.4		
26.	20 56.29	6 2.9		
27.	20 4.61	8 52.4		
28.	19 13.06	11 30.6	0.32210	0.4835862
29.	18 21.65	13 57.6		
30.	17 30.48	16 13.1		
31.	16 39.61	18 16.8		
April 1.	15 49.04	20 8.5		
2.	14 58.88	21 48.3		
3.	14 9.16	23 16.0		
4.	13 19.92	24 31.4		
5.	12 31.23	25 34.4		
6.	11 43.10	26 25.2	0.32904	0.4845940
7.	10 55.63	27 3.5		
8.	10 8.82	27 29.3		
9.	9 22.77	27 42.7		
10.	8 37.44	27 43.9		
11.	7 52.94	27 32.4		
12.	7 9.27	27 8.9		
13.	6 26.47	26 32.8		
14.	5 44.59	25 44.9	0.33911	0.4855832
15.	5 3.65	24 44.7		
16.	4 23.68	23 32.5		
17.	3 44.72	22 8.4		
18.	3 6.76	20 32.6		
19.	2 29.88	18 45.1		
20.	1 54.08	16 46.0		
21.	1 19.36	14 35.5		
22.	0 45.76	12 13.7	0.35178	0.4865532
23.	12 0 13.31	9 40.8		
24.	11 59 42.02	6 56.8		
25.	59 11.91	4 1.9		
26.	58 42.98	+18 0 56.2		
27.	58 15.27	+17 57 39.9		
28.	57 48.79	54 13.3		
29.	57 23.58	50 36.1		
30.	56 59.60	46 49.0	0.36648	0.4875034

Es folgen nun noch die Änderungen, welche die Rectascension und Declination durch eine beliebige kleine Änderung in den curtirten Distanzen der beiden Normalorte, durch welche die Bahn gelegt ist, erfährt. Mit Hilfe derselben wird man im Stande sein die Elemente entsprechend zu verbessern. Ich werde diese Arbeit aus den Beobachtungen in den Jahren 1856, 1857 und 1859 zugleich ausführen, und die so corrigirten Elemente werden dann als eine

sehr gute und leicht zu gewinnende Grundlage dienen können, um mittelst aller Normalorte von 1852 bis 1859 die letzte Ausfeilung der Elemente vorzunehmen und definitive Werthe für diese Elemente herzustellen.

		Änderung der AR.		Änderung der Declination		
1859, Februar	1.	-17 ^h .41	<i>x</i> -24 ^h .94	<i>y</i> +162 ^m .2	<i>x</i> +229 ^m .6	<i>y</i>
	3.	17.82	23.54	163.7	234.5	
	9.	18.22	26.13	168.8	238.9	
	13.	18.60	26.71	171.6	242.9	
	17.	19.00	27.29	174.0	246.4	
	21.	19.38	27.87	176.0	249.2	
	25.	19.73	28.45	177.6	251.4	
März	1.	20.09	28.99	178.6	252.8	
	3.	20.40	29.44	179.1	253.4	
	9.	20.67	29.80	179.2	253.3	
	13.	20.88	30.10	178.4	252.2	
	17.	21.03	30.33	176.8	250.1	
	21.	21.11	30.48	174.5	247.1	
	25.	21.14	30.52	171.9	243.4	
	29.	21.12	30.45	169.1	239.2	
April	2.	21.05	30.27	166.0	234.6	
	6.	20.89	30.00	162.5	229.7	
	10.	20.64	29.65	158.7	224.5	
	14.	20.33	29.23	154.4	218.9	
	18.	20.00	28.75	150.3	213.5	
	22.	19.63	28.21	146.5	208.3	
	26.	19.20	27.62	143.1	203.2	
	30.	18.70	26.98	140.1	198.1	

Mit *x* und *y* findet man die Correctionen der Elemente aus den Formeln:

$$\begin{aligned}
 \delta M &= -220^m.6 x - 166^m.1 y \\
 \delta \pi &= +272.3 x + 178.1 y \\
 \delta \Omega &= +1.0 x + 0.2 y \\
 \delta i &= -0.1 x + 0.6 y \\
 \delta (\log a) &= +374 x + 828 y \\
 \delta e &= -398 x + 1564 y
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Einheiten der} \\ 7. \text{ Decimale} \end{array}$$

welche Correctionen an die folgenden Elemente anzubringen sind:

$$\begin{array}{l}
 1853, \text{ Jänner } 0 \quad 0^h \text{ mittlere Berliner Zeit.} \\
 M = 18^\circ 48' 23^m.6 \\
 \pi = 38 \quad 11 \quad 19.1 \\
 \Omega = 66 \quad 36 \quad 53.5 \\
 i = 13 \quad 44 \quad 51.8
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{mittleres Äquinoctium} \\ 1853.0 \end{array}$$

$$\log a = 0.4638004$$

$$e = 0.1035895$$

$$\mu = 713^{\circ}0000 \quad (\text{Sitzungsberichte 1855, Octoberheft}).$$

Ableitung der berührenden Ellipse für 1860, Jänner 0.

Die eben angeführte Ellipse berührt die wahre Bahn des Planeten am Anfange des 0. Jänners 1853. Sie diente bisher bei allen Rechnungen über Calliope, und wiewohl keine der berührenden Ellipsen vor den übrigen einen Vorzug verdient, also die Ellipse für 1853 ebensogut auch für die weiteren Untersuchungen über die Bewegung dieses Planeten beibehalten werden könnte, so habe ich es doch für nicht ganz unzweckmässig erachtet, auf eine neuere Berührungsepoche überzugehen und aus der Ellipse für 1853 die berührende Ellipse für den 0. Jänner 1860 abzuleiten. Zu diesem Ende wurden zuerst für den mittleren Berliner Mittag dieses Datums aus der Ellipse für 1853 die rechtwinkligen Coordinaten x_0, y_0, z_0 des Planeten bezüglich des Äquators, so wie die Componenten der Geschwindigkeit, gleichfalls auf den Äquator bezogen, berechnet, ferner aus der oben angeführten Tafel der Störungen die Grössen:

$$\delta x, \delta y, \delta z \quad \text{und} \quad \frac{d\delta x}{dt}, \frac{d\delta y}{dt}, \frac{d\delta z}{dt}$$

gesucht, wodurch dann die wahren Coordinaten und Geschwindigkeiten für dieselbe Epoche durch die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} x_0 + \delta x &= x & \frac{dx_0}{dt} + \frac{d\delta x}{dt} &= \frac{dx}{dt} \\ y_0 + \delta y &= y & \frac{dy_0}{dt} + \frac{d\delta y}{dt} &= \frac{dy}{dt} \\ z_0 + \delta z &= z & \frac{dz_0}{dt} + \frac{d\delta z}{dt} &= \frac{dz}{dt} \end{aligned}$$

erhalten werden. Ich fand im vorliegenden Falle:

$$\begin{aligned} x_0 &= -2.1523064 & \delta x &= -0.0103716 \\ y_0 &= -2.2637673 & \delta y &= +0.0117197 \\ z_0 &= -0.7061343 & \delta z &= +0.0079056 \\ \frac{dx_0}{dt} &= +0.006312636 & \frac{d\delta x}{dt} &= -0.000008731 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dy_0}{dt} &= -0.004927653 & \frac{d\delta y}{dt} &= -0.000018419 \\ \frac{dz_0}{dt} &= -0.004343249 & \frac{d\delta z}{dt} &= -0.000011336 \end{aligned}$$

Es wurden nun die Coordinaten x, y, z und die Geschwindigkeiten $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$ auf die Ekliptik übertragen mittelst der bekannten Gleichungen:

$$\begin{aligned} x &= x \\ y &= y \cos \omega + z \sin \omega \\ z &= z \cos \omega - y \sin \omega \text{ etc.} \end{aligned}$$

wo ω die mittlere Schiefe der Ekliptik für 1853 bedeutet. Mit diesen neuen Coordinaten erhält man dann den Parameter p , sowie Ω und i aus:

$$\begin{aligned} \sqrt{p} \cdot \cos \Omega \sin i &= \left(x \frac{dz}{dt} - z \frac{dx}{dt} \right) \cdot \frac{1}{k} \\ \sqrt{p} \cdot \sin \Omega \sin i &= \left(y \frac{dz}{dt} - z \frac{dy}{dt} \right) \cdot \frac{1}{k} \\ \sqrt{p} \cdot \cos i &= \left(x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} \right) \cdot \frac{1}{k} \end{aligned}$$

Hierauf geben die Gleichungen:

$$\begin{aligned} r \sin u &= \frac{y \cos \Omega - x \sin \Omega}{\cos i} = \frac{z}{\sin i} \\ r \cos u &= x \cos \Omega + y \sin \Omega \\ e \sin v &= \frac{\sqrt{p}}{k} \frac{dr}{dt} = \frac{\sqrt{p}}{kr} \left(x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} + z \frac{dz}{dt} \right) \\ e \cos v &= \frac{p}{r} - 1 \end{aligned}$$

die Grössen r, u, v und e , womit sogleich auch:

$$\begin{aligned} \pi - \Omega &= u - v \\ \pi &= u - v + \Omega \\ a &= \frac{p}{1 - e^2} \\ \mu &= \frac{k \sqrt{1 + m}}{a^3} \end{aligned}$$

gefunden wird. Mit v hat man auch die mittlere Anomalie M für die neue Epoche gegeben. Für Calliope fand ich auf diese Weise mittelst der oben gegebenen Werthe der Coordinaten und der Componenten der Geschwindigkeit:

$$\begin{array}{l}
 1860, \text{ Jänner } 0 \quad 0^h \text{ mittlere Berliner Zeit.} \\
 M = 168^\circ 12' 13''.49 \\
 \pi = 56 \quad 28 \quad 21.00 \\
 \Omega = 66 \quad 30 \quad 43.56 \\
 i = 13 \quad 43 \quad 27.42 \\
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Ekliptik und mittleres} \\ \text{Äquinoctium 1853.0} \end{array} \\
 \log a = 0.4638182 \\
 e = 0.1019603 \\
 \mu = 714.95583
 \end{array}$$

Hierauf wurden noch die Elemente, welche sich auf die Lage der Bahn beziehen, auf die Ekliptik und das mittlere Äquinoctium für 1860.0 übertragen; die betreffenden Änderungen waren:

$$\begin{array}{l}
 \Delta \pi = + 5' 52''.06 \\
 \Delta \Omega = + 3 \quad 38.25 \\
 \Delta i = + 0 \quad 0.96
 \end{array}$$

wodurch endlich die nachfolgenden Elemente gewonnen wurden:

Berührende Ellipse für 1860, Jänner 0.

$$\begin{array}{l}
 1860, \text{ Jänner } 0 \quad 0^h \text{ mittlere Berliner Zeit.} \\
 M = 168^\circ 12' 13''.49 \\
 \pi = 56 \quad 34 \quad 43.05 \\
 \Omega = 66 \quad 36 \quad 21.81 \\
 i = 13 \quad 45 \quad 28.38 \\
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Ekliptik und mittleres} \\ \text{Äquinoctium 1860.0} \end{array} \\
 \log a = 0.4638182 \\
 e = 0.1019603 \\
 \varphi = 5^\circ 51' 7''.44 \\
 \mu = 714.95583
 \end{array}$$

Schliesslich wurde eine Prüfung der Rechnung dadurch hergestellt, dass ich die geocentrische Rectascension und Declination für den Anfang des 0. Jänners 1860 einerseits aus der Ellipse für 1853 berechnete und zuletzt auf das neue Äquinoctium überging; andererseits suchte ich dieselben Grössen aus der neuen Ellipse für 1860; die Übereinstimmung war eine vollkommene, wodurch die Richtigkeit der hier zuletzt angeführten Elemente verbürgt wird.